مؤسسة العمراني الخاصة

امتحان تجريبي في مادة الرياضيات للسنة الثانية باكالوريا
2010

الشعبة . ع ف و ع ح أ
المدة : 3 ساعات
المعامل : 7

التمرين الأول (4,5 ن)

0,75 — 1) حل المعادلة التفاضلية : $(E): y'' - 6y' + 9y = 0$

0,75 — 2) حدد الحل الخاص f للمعادلة (E) حيث المنحنى (Cf) يقطع المحور (Ox) في O وله مماس في O مواز للمنصف الأول .

التمرين الثاني (5,5 ن)

نعتبر في $\mathbb{C}$ الحدودية P(z) حيث : $P(z) = z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - i\sqrt{3})z - i$

1 — 1) بين أن المعادلة $P(z) = 0$ لها حل تخيلي صرف وحدده .

1 — 2) حدد العددين الحقيقيين a و b بحيث $\forall z \in C, P(z) = (z - i)(z^2 + az + b)$.

1+0,75 — 3) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$ وحدد الشكل المثلثي لهذه الحلول .

4) في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم $(o, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $z_A = i$; $z_B = \frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$; $z_C = \overline{z_B}$.

0,5 — a) بين أن المثلث ABC متساوي الساقين في B .

0,5 — b) حدد لحق النقطة C′ صورة C بالازاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{BA}$.

0,25 — c) استنتج أن الرباعي OABC معين .

0,5 — d) حدد زاوية الدوران الذي مركزه O ويحول A الى B .

التمرين الثالث

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط

$A(-3,0,0)$, $B(-1,0,-1)$, $C(-1,1,0)$, $\Omega(1,-1,0)$

1 — 1) أحسب $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ واستنتج أن معادلة المستوى (ABC) هي $x - 2y + 2z + 3 = 0$

0,5 — 2) a) أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها Ω وشعاعها 2

0,5 — b) بين أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) .

3) ليكن (Q) المستوى المعرف بالمعادلة $2x + 2y + z + 3 = 0$

0,5 — a) بين أن $(ABC) \perp (Q)$,

0,5 — b) بين أن (Q) يقطع (S) وفق دائرة (C) .

0,5 — c) أعط تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω والعمودي على (Q) ,

0,5 — d) حدد مركز وشعاع الدائرة (C) .

المسألة

A)نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=\ln(1+x)-x$

1) a)أحسب $g'(x)$ لكل x من $[0,+\infty[$ثم بين أن الدالة g تناقصية قطعا على $[0,+\infty[$ 0,75

b)استنتج أن $\forall x\in[0,+\infty[, g(x)\leq 0$. 0,25

2)بين أن $\forall x\succ 0,\ 0\prec \ln(1+x)\prec x$. 0,5

B)نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي $f(x)=x+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ و (C_f) هو منحناها في معلم متعامد ممنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$ $(\|\vec{i}\|=1cm)$.

1)بين أن: $D_f=]-\infty,-1[\cup]+1,+\infty[$ 0,5

2) a)بين أن f دالة فردية . 0,5

b)أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1^+\\ x>1}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ 0,5

3) a)بين أن $\forall x\in D_f,\ f'(x)=\frac{x^2-3}{x^2-1}$, 0,5

b) استنتج تغيرات الدالة fعلى المجال $]+1,+\infty[$. 0,5

4) a)تحقق أن المستقيم $(\Delta): y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و بجوار $-\infty$. 0,25

b) أدرس إشارة $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ (لاحظ أن $\forall x\in D_f, \frac{x+1}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}$) 0,5

c)استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم $(\Delta): y=x$. 0,25

5)أنشئ المنحنى (C_f) نأخذ : $(\sqrt{3}\simeq 1,7\ ,\ f(\sqrt{3})\approx 3)$ 1

6) a)بين أن: $\int_2^4 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)d_x=5\ln 5-6\ln 3$ 1

b)استنتج ب cm^2 مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C_f)والمستقيمات التي معادلاتها على التوالي : $y=x$, x=4 , x=2 0,5

C)نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq 2}$ المعرفة بما يلي: $\forall n\in IN^*-\{1\}\ ,U_n=f(n)-n$

1) a)تحقق أن $\forall n\in IN^*-\{1\}\ ,U_n=\ln(1+\frac{2}{n-1})$ 0,25

b)بين أن المتتالية $(U_n)_{n\geq 2}$تناقصية 0,5

2) a)بين أن $\forall n\in IN^*-\{1\}\ ,0\prec U_n\prec\frac{2}{n-1}$ (يمكنك استعمال نتيجة السؤال A)2) 0,5

b)أحسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} U_n$ 0,25

خشا اسماعيل
2010 2SVT: C